



BAM

**Bundesanstalt für
Materialforschung
und -prüfung**

Hinweise zu den Prüfungen B15: Mai 2012

**Zeitstand-Scherversuch an geosynthetischen
Dichtungsbahnen aus Polyethylen hoher Dichte (PEHD) mit
strukturierter Oberfläche**

herausgegeben vom
Fachbereich 4.3 „Schadstofftransfer und Umwelttechnologien“

Die *Hinweise zu den Prüfungen* und die Richtlinie für die Zulassung von Kunststoffdichtungsbahnen für Deponieabdichtungen sowie die Listen zugelassener Kunststoffdichtungsbahnen, weiterer auf der Grundlage der Deponieverordnung zugelassener Produkte und Zulassungsrichtlinien für Geokunststoffe und Dichtungskontrollsysteme können als pdf-Dateien von der Internetseite der BAM unter:

www.bam.de/de/service/amtl_mitteilungen/abfallrecht/index.htm heruntergeladen werden.

Vorwort

Dieser Hinweis zu den Prüfungen, auf den in der Tabelle 4 Nr. 4.4 der *Richtlinie für die Zulassung von Kunststoffdichtungsbahnen für Deponieabdichtungen* verwiesen wird, wurde von der Arbeitsgruppe *Kunststoffdichtungsbahnen* des Fachbeirats erarbeitet. Nach der Deponieverordnung (Anhang 1 Absatz 2.4) berät der Fachbeirat die BAM bei der Erarbeitung von Zulassungsrichtlinien für Geokunststoffe, Polymere und Dichtungskontrollsysteme, die in Deponieabdichtungen eingesetzt werden.

Inhalt

Vorwort.....	3
1. Einleitung	5
2. Anwendungsbereich	5
3. Normative Verweisungen	6
4. Kurzbeschreibung.....	6
5. Messproben	6
6. Prüfgeräte	6
7. Prüfbedingungen	9
8. Durchführung der Prüfung	10
9. Auswertung	13
10. Prüfbericht	13
Literaturhinweis.....	14
Anhang.....	15

1. Einleitung

Die Reibungskräfte zwischen der Kunststoffdichtungsbahn und ihrem Auflager, z. B. einer mineralischen Dichtung oder einer Feinsandschicht, sowie zwischen Dichtungsbahn und darüber liegender Schutzschicht können durch ein- oder beidseitige Strukturierung der Dichtungsbahnoberfläche erhöht werden. Nach Art und Herstellung lassen sich verschiedene Strukturvarianten unterscheiden. Unter anderem werden in einem nachgeordneten Arbeitsgang auf die Oberfläche einer glatten Dichtungsbahn Strukturpartikel (Fäden, Schaumfetzen usw.) aus gleichem Werkstoff wie die glatte Dichtungsbahn oder einem anderen PE-Werkstoff aufgebracht und thermisch fixiert. Es sind hier die unterschiedlichsten Verfahrensvarianten möglich.

Ursprünglich wurde diese Art der Strukturierung entwickelt, um für zeitlich befristete Einbauzustände eine ausreichende Reibung zu den benachbarten Schichten zu gewährleisten. Inzwischen werden solche strukturierten Dichtungsbahnen auch dort eingesetzt, wo die Reibungskraft über die gesamte Lebensdauer des Bauwerks wirksam sein muss. Es stellt sich dann die Frage nach der Dauerhaftigkeit der Haftung der nachträglich aufgetragenen Strukturpartikel. Die Fügestellen der Strukturpartikel auf der glatten Oberfläche könnten durch die Rückwirkung von Spannungsrissbildung, durch einen duktilen Bruch und durch oxidative Versprödung beeinträchtigt werden. Es könnten auch bereits bei der Herstellung durch mangelndes Aufschmelzen und Verschweißen in den Kontaktbereichen zwischen Strukturpartikel und Dichtungsbahn Schwachstellen entstanden sein. Solche Effekte können im Scherkastenversuch zur Ermittlung der Reibungsparameter bei kurzen Prüfzeiten und vergleichsweise hohen Geschwindigkeiten nicht erfasst werden. Es ist daher erforderlich, die Langzeit-Scherfestigkeit von strukturierten Dichtungsbahnen speziell in Zeitstand-Scherversuchen zu prüfen. Das Prüfverfahren wird im Folgenden beschrieben.

2. Anwendungsbereich

Dieses Dokument legt ein Prüfverfahren fest, mit dem die Zeitstand-Haftfestigkeit von Strukturpartikeln aus Polyethylen bestimmt werden kann, die nachträglich auf der Oberfläche von geosynthetischen Dichtungsbahnen aus Polyethylen hoher Dichte (PEHD) aufgebracht wurden. Dazu werden Zeitstand-Scherversuche in Prüfeinrichtungen, die in Anlehnung an die DIN EN ISO 25619-1, Abschnitt 6, konstruiert werden, an Messproben mit einer repräsentativen Strukturausbildung auf deren Oberfläche durchgeführt.

PEHD-Dichtungsbahnen sind geosynthetische Dichtungsbahnen aus Polyethylen oder Polyethylen- α -Olefin-Kopolymeren mit einer Dichte des Grundwerkstoffs $\geq 0,932 \text{ g/cm}^3$. Ruß, Antioxidantien und Verarbeitungshilfen werden dem Grundwerkstoff in gewissen Umfang schon bei des-

sen Herstellung oder bei der Herstellung der Dichtungsbahn hinzu gemischt. Die Oberfläche der Dichtungsbahn kann glatt oder strukturiert sein.

3. Normative Verweisungen

Die im Folgenden angegebenen Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments einschließlich aller Änderungen.

DIN EN ISO 9862: *Geokunststoffe – Probenahme und Vorbereitung von Messproben*

DIN EN ISO 25619-1: *Geokunststoffe, Bestimmung des Druckverhaltens – Teil 1: Eigenschaften des Druckkriechens*

4. Kurzbeschreibung

Die Prüfung besteht darin, dass eine Messprobe mit einem repräsentativen Ausschnitt der Oberflächenstruktur über einen Vliesstoff als Reibungspartner dauerhaft unter eine Druck- und Scherspannung in der Kontaktfläche gesetzt wird. Der Probekörper wird dabei in einem Wasserbad bei einer die Kriech- und Alterungsvorgänge beschleunigenden erhöhten Temperatur gelagert. Die Zeit bis zum Abgleiten des Reibungspartners aufgrund von Veränderung in der Strukturierung, die sogenannte Standzeit, sowie die Masse der Probe vor und nach der Prüfung werden gemessen.

5. Messproben

Die Proben werden nach EN ISO 9862 entnommen. Die Maße des Probekörpers werden jeweils so gewählt, dass er einen repräsentativen Ausschnitt der Oberflächenstruktur umfasst.

6. Prüfgeräte

Die Prüfungen kann mit unterschiedlichen Prüfgeräten realisiert werden. Die Prüfgeräte können in Anlehnung an DIN EN ISO 25619-1, Abschnitt 6, entweder als „Schiefe-Ebene-Versuch“ oder als „Scherkastenversuch“ realisiert werden. Abbildung 1 zeigt einen zur Zeitstandeinrichtung modifizierten Scherkastenversuch, wie er am Süddeutschen Kunststoff-Zentrum (SKZ) aufgebaut wurde.



Abb. 1: Prüfeinrichtung für einen Zeitstand-Scherversuch in der Variante als modifizierter Scherkastenversuch.



Abb. 2: Prüfeinrichtung für einen Zeitstand-Scherversuch in der Variante als modifizierter Schiefe-Ebene-Versuch (links). Probenhalterung eines Schiefe-Ebene-Versuchs (rechts). Die Dichtungsbahn wird auf dem unteren Keil fixiert. Als Reibungspartner dient ein Vliesstoff, der auf dem oberen Keil befestigt wird.

Die Abbildung 2 zeigt eine Einrichtung für den Zeitstandversuch auf der Grundlage eines Schiefe-Ebene-Versuchs wie er an der BAM verwendet wird. Im folgenden Abschnitt 8 wird die Durchführung der Prüfung mit solch einer Versuchseinrichtung beispielhaft beschrieben.

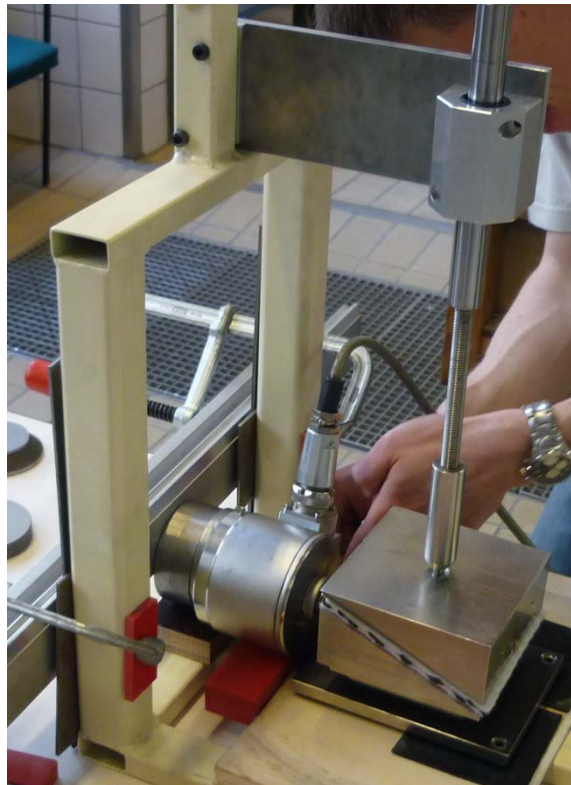


Abb. 3: Modifizierte Probenhalterung eines Schiefe-Ebene-Versuchs. Die Stange wird dabei in einer Halterung mit Kugellagern senkrecht geführt und der untere Keil auf einem Rollschlitten fixiert. Das Foto zeigt die Montage einer Kraftmessdose zur Überprüfung der Apparatur.

Bei dieser Versuchseinrichtung besteht das Problem, dass mit der Verschiebung in der Scherebene ein Drehmoment in die Probe eingetragen wird. Mit dem allmählich anwachsenden Scherweg schiebt sich der Belastungsstab nämlich ebenfalls allmählich um einen kleinen Winkel aus der exakt vertikalen Position. Auf dieses Problem wird im Anhang zu diesem Prüfhinweis eingegangen. Abbildung 3 zeigt eine Variante dieser Prüfeinrichtung bei der die horizontale, krafteinleitende Stange in einer mit Kugellagern versehenen Halterung geführt wird und der untere Keil sich auf einem Kugellager frei in der Horizontalen bewegen kann. Durch diese Einrichtungen wird das Auftreten eines Drehmoments vermieden.

Die Prüfung wird im Falle der Prüfeinrichtung aus Abbildung 2 folgendermaßen ausgeführt. Auf den oberen Keil wird eine Auflast bezogen auf die Basisfläche des Keils von 50 kN/m^2 aufgebracht. Da in diesem Fall die Basisfläche $0,0144 \text{ m}^2$ beträgt, ist eine vertikal wirkende Kraft von $F_g = 720 \text{ N}$ erforderlich, siehe dazu Abbildung 4. Die Gewichtskraft, die von der kraftübertragenden Stange, dem oberen Keil und den Montageteilen ausgeübt wird, beträgt 28 N und die Gewichtskraft des Hebelarms, der Halterung für die Testmassen und der Messeinrichtung für die vertikale Verschiebung insgesamt 64 N . Da das Hebelverhältnis $1:3$ beträgt, ist eine zusätzliche Kraft von $(720 \text{ N} - 28 \text{ N} - 64 \text{ N}) / 3 = 209,3 \text{ N}$ oder aber eine Testmasse von $21,34 \text{ kg}$ erforderlich. Die Fläche, in der tatsächlich Reibungskräfte zwischen strukturierter Dichtungsbahn und Vliesstoff wirksam sind, beträgt $A = 120 \times 130 \text{ mm}^2 = 0,0156 \text{ m}^2$. Es ergibt sich somit eine Druckspannung senkrecht zur Scherebene von $\sigma_n = 42,9 \text{ kN/m}^2$ und eine dort wirksame Scherspannung von $\tau = 17,1 \text{ kN/m}^2$ (s. Abb. 5).

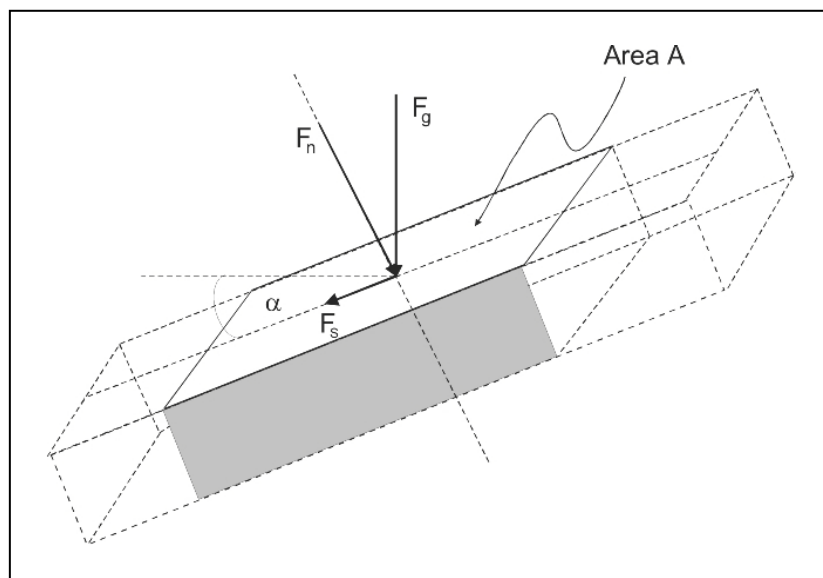


Abb. 4: Kräfte, die auf den Probekörper wirken. α = Neigungswinkel, F_n = Kraft senkrecht zur Scherebene, F_g = Prüfkraft, F_s = Scherkraft in der Scherebene, A = Reibungsfläche.

7. Prüfbedingungen

Für die Prüfungen werden insgesamt fünf Scherzeitstände aufgebaut und mit Proben bestückt. Als Versuchsbedingungen werden gewählt:

Medium:	entionisiertes Wasser,
Temperatur:	$80 \pm 1 \text{ } ^\circ\text{C}$,

Auflast (bezogen auf die	
Basisfläche des Keils):	50 kN/m ²
Steigung α :	21,8 °, entsprechend einer Steigung von 1:2,5,
Reibungspartner der KDB:	Vliesstoff HaTe B 1200 Typ O, 1200 g/m ² ,
Probengröße:	ca. 15 x 12 cm,
Probenfläche unter	
Scherbeanspruchung	
(Reibungsfläche):	0,0132 m ² (ca. 12 x 11 cm).

Es muss darauf geachtet werden, dass in jedem Einzelversuch die gleiche Orientierung der Kunststoffdichtungsbahn und der geotextilen Auflage (Maschinenrichtung = Fallrichtung) beibehalten wird.

Die Auflast ist hier definiert als die Kraft, die über die horizontale, krafteinleitende Stange auf die Fläche des oberen Keils (0,0144 m²) ausgeübt wird. Die Steigung α kann je nach Art der Strukturausbildung und des damit möglichen Reibungskoeffizienten zum Vliesstoff modifiziert werden. Bei dem Vliesstoff handelt es sich um ein Produkt, das unter der Nummer 08/BAM IV.3/04/94 als Bestandteil einer Kombinationsschutzschicht zugelassen wurde. Eine detaillierte Beschreibung der Eigenschaften wird im Zulassungsschein gegeben.

8. Durchführung der Prüfung

Ein Ausschnitt aus dem zu untersuchenden Produkt (ca. 12 x 15 cm) wird auf die schiefe Ebene eines Stahlkeils montiert. Auf einen baugleichen Stahlkeil wird analog ein Vliesstoff befestigt. Die Keile werden aufeinander gesetzt, siehe Abbildung 2. Dabei muss darauf geachtet werden, dass sich nicht schon bei der Montage Strukturpartikel durch mechanische Beanspruchungen ablösen. Der Aufbau wird in das Wasserbad in dem heizbaren Gefäß eingesetzt. Durch das Aufbringen der Testmassen wird über einen Hebelmechanismus eine Kraft auf den oberen Keil ausgeübt. Der hangparallele Anteil der Auflast wirkt als Scherspannung über das Geotextil auf die strukturierte Dichtungsbahn. Der obere Keil wird nur durch die Reibung zwischen Geotextil und strukturierter Dichtungsbahn am Abgleiten gehindert. Danach wird die Regelung der Heizung eingeschaltet und hochgeheizt. Die Messung beginnt mit dem Erreichen der Prüftemperatur.

Über einen senkrecht angeordneten Wegaufnehmer wird die Kompression und Scherverformung des Geotextils in der Scherebene über lange Zeit (Messgenauigkeit 2/10 mm) automatisch erfasst. Ein Versagen des Probekörpers, d. h. zum Beispiel ein Abgleiten von Geotextillage und oberem

Keil nach Verlust der Haftung zwischen Strukturpartikel und Dichtungsbahn, kann hierdurch dokumentiert werden, unabhängig davon, ob sich dieser Prozess eher schlagartig oder sehr langsam vollzieht. Damit ist auch die Standzeit als eigentliche Messgröße definiert.

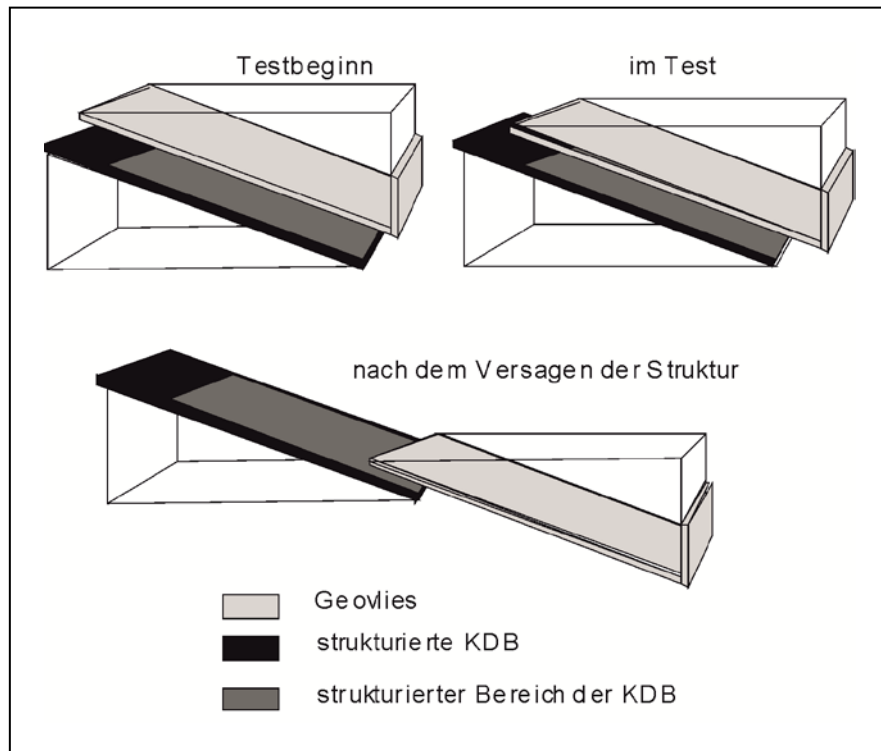


Abb. 5: Schematische Illustration der unterschiedlichen Positionen der Keile. Indem von der auf dem unteren Keil aufliegenden Dichtungsbahn die Struktur im oberen Bereich der Oberseite (schwarz) abgekratzt wird, bleibt die effektive Reibungsfläche zwischen Vlies (hellgrau) und strukturiertem Bereich der Dichtungsbahn (dunkelgrau) in allen Stadien der Prüfung gleich.

Da sich beim Abgleiten die Größe der Kontaktfläche vom oberen Keil zum unteren Keil verkleinert, würde sich bei einer über die ganze Keilfläche aufliegenden strukturierten Oberfläche die Scherspannung während des Abgleitens erhöhen. Dieser Effekt würde den Versagensvorgang unkontrolliert beschleunigen. Um dies zu vermeiden, wird auf der Oberseite der auf dem unteren Keil befestigten Dichtungsbahn die Struktur teilweise abgekratzt. Auf der von der Struktur befreiten Fläche ist die Reibung des Vlieses nur noch gering. Die Reibungskraft wird daher nahezu vollständig in die verbleibende rechteckige, strukturierte Fläche von $0,0132 \text{ m}^2$ ($110 \times 120 \text{ mm}^2$) eingetragen, die der obere Keil trotz des langsamen Abgleitens bis zum Versagen der Struktur vollständig bedeckt. Abbildung 5 illustriert diese Zusammenhänge.

Im Zeitstand-Scherversuch muss sich beim Aufbringen der Last zunächst eine stabile Scherkraftübertragung ausbilden. Bei der Messung der vertikalen Komponente des Scherwegs wird daher zunächst eine leichte Abwärtsbewegung des oberen Keils beobachtet, die dann in eine nur allmähliche Verschiebung übergeht (s. Abbildung 6). Drei Mechanismen tragen zu diesem Vorgang bei, der in dieser Weise bei allen Versuchen beobachtet wird: Einmal wird mit Aufbringen der Last das Vlies soweit geschert und gespannt, dass es die Scherkraft aufnehmen und in die Dichtungsbahn weiterleiten kann. Daneben wird das Vlies durch die zur Fläche senkrechte Kraftkomponente allmählich komprimiert. Schließlich finden im Vlies unter der Scherspannung Kriechvorgänge statt, die zu einer allmählichen Vergrößerung des Scherweges führen können. Der erstgenannte Beitrag ist mit Abstand der Größte und bedingt den raschen Abfall der vertikalen Komponente des Scherwegs um etwa 2 mm binnen weniger Stunden. Der weitere Abfall rührt überwiegend von der Kompression des Vlieses her, wie in Kompressionsversuchen an Vliesen bei 80 °C mit vergleichbarer Druckspannung festgestellt wurde. Der letztgenannte Mechanismus spielt daher praktisch keine Rolle.

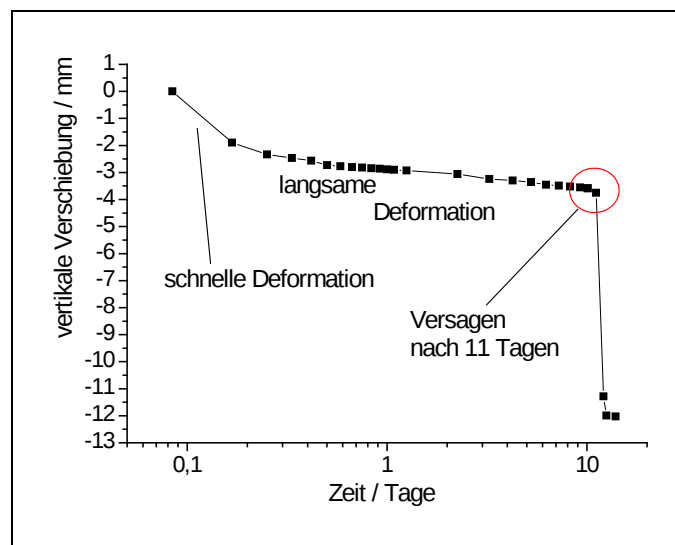


Abb. 6: Diagramm des Verlaufs der mit einem Wegaufnehmer gemessenen vertikalen Komponente der Verschiebung der Keile im Falle geringer Zeitstand-Haftfestigkeit.

Nach dem Versagen oder dem Ablauf der vorgesehenen Prüfdauer wird die Probe vorsichtig ausgebaut. Vor und nach der Prüfung wird die Masse der Probe mit einer Messgenauigkeit von 0,01 g gemessen. Die Massendifferenz gibt einen Anhaltspunkt darüber, in welchem Umfang sich Strukturpartikel im Verlauf der Prüfung abgelöst haben.

9. Auswertung

Prüfergebnis ist das geometrische Mittel der Standzeiten von mindestens 5 Messproben. Dabei dürfen nur die Standzeiten berücksichtigt werden, bei denen eindeutig ausgeschlossen werden kann, dass das Versagen auf ein reines Abgleiten des Vliesstoffs auf dem noch völlig intaktem Strukturmaterial ausgelöst wurde. Neben den Standzeiten sind die Massen der Messproben vor und nach der Prüfung zu dokumentieren.

10. Prüfbericht

Der Prüfbericht muss folgende Angaben enthalten:

- a) Prüfstelle, Ort und Datum der Prüfung
- b) Verweisung auf dieses Dokument sowie jede eventuell gewählte Abweichung
- c) Vollständige Angaben zur Identifikation des geprüften Produkts (z. B. Hersteller, Kennzeichnungen (z. B. Zulassungsnummer), Werkstoff, Dichte, Schmelze-Massefließrate, Rußgehalt, Dicke, Breite, Oberflächenbeschaffenheit)
- d) Angaben zur Prüfflüssigkeit
- e) Einzelheiten zur Probenahme und Vorbereitung der Messproben (Anordnung der Struktur, Verfahren der Herstellung der Messproben, Maße der Messprobe)
- f) Einzelheiten zum Prüfgerät
- g) Einzelheiten zur Durchführung der Prüfung
- h) Prüfergebnis nach Abschnitt 9 (Dokumentation der Bruchbilder, Standzeiten der einzelnen Messproben, geometrisches Mittel der Standzeiten)

Literaturhinweis

Müller, W. W.: Handbuch der PE-HD-Dichtungsbahnen in der Geotechnik. Basel: Birkhäuser Verlag 2001.

Zanzinger, H.: Zeitraffende Druck-Kriechversuche an Dränmatten mit dem SIM-Verfahren. In Jost, D. & Albers, K. (Eds.) Tagungsband der 24. Fachtagung "Die sichere Deponie". Würzburg: SKZ-ConSem GmbH (2007), S. E1-E34.

Zanzinger, H., und Saathoff, F.: Shear creep rupture behaviour of a stitch-bonded clay geosynthetic barrier. In Zanzinger, H., Koerner, R. M. & Touze-Foltz, N. (Eds.) GBR-C 2k10, 3rd International Symposium on Geosynthetic Clay Liners. Würzburg: SKZ - ConSem GmbH (2010), S. 219-230.

Anhang zu B15 – Zeitstand-Scherversuch an geosynthetischen Dichtungsbahnen aus Polyethylen hoher Dichte (PEHD) mit strukturierter Oberfläche

Kräfte und Drehmomente im „Schiefe-Ebene-Versuch“ mit fixiertem unterem Keil

Der Zeitstand-Scherversuch ist ein Dauerversuch, bei dem die Probe unter Wasser bei hoher Temperatur über sehr lange Zeit belastet wird. Die Herstellung der Zeitstand-Prüfeinrichtung erfordert daher einen gewissen technischen Aufwand. Zudem sind die Standzeiten solcher Langzeitversuche logarithmisch normalverteilt. Man braucht daher für eine Prüfung eine gewisse Anzahl von Prüfeinrichtungen. Es ist daher naheliegend Prüfeinrichtungen zu verwenden, die möglichst einfach aufgebaut und gut handhabbar sind. Vor diesem Hintergrund wurde der Aufbau mit Keilen als „Schiefe-Ebene-Versuch“ realisiert. Dieser Aufbau hat die genannten Vorteile, aber auch zwei Nachteile, die beachtet werden müssen.

Zum Ersten kann man das Verhältnis von Normalspannung und Scherspannung nicht frei wählen. Die Prüfzeiten der Einzelversuche sind so lang und die jeweils erforderliche Zahl von Einzelversuchen so groß, dass im Rahmen der Zulassung nur für einen ganz begrenzten Wertebereich der Spannungen - nämlich dem oberen Bereich von Beanspruchungen, die aufgrund des Reibungsbeiwerts ohnehin nur möglich sind - Prüfungen durchgeführt werden. Durch Unterlagen unter den Keilen kann der Neigungswinkel dabei in gewissem Umfang variiert werden. Gegebenenfalls müssen aber unterschiedliche Keile eingesetzt werden.

Zum anderen entsteht eine ungleichmäßige Spannungsverteilung im Prüfkörper, um die Drehmomente ins Gleichgewicht zu bringen. Es wird also vom Ideal einer gleichförmigen Zusammenpressung durch die Normalkomponente der Prüfkraft geringfügig abgewichen. Die ungleichmäßige Spannungsverteilung bewirkt eine zusätzliche Beanspruchung, also eine Verschärfung der Einwirkung. Im Folgenden soll gezeigt werden, dass dieser Effekt aber bei nicht allzugroßer Verschiebung in der Scherebene gering ist.

Die Skizze in Abb. 1 zeigt die Ausgangssituation. Die Keile und die Probe liegen genau mittig aufeinander und die Kraft F_S des Prüfgewichts wirkt über eine Stange genau senkrecht auf die Mitte des Probenhalters. Bezüglich einer Drehachse in der Probenmitte sind dann das Drehmoment dieser Kraft und die Drehmomente der Reaktionskräfte im Probekörper Null. Die Massen des oberen Keils und der Kleinteile sind jedoch bezüglich dieser Achse ungleichmäßig verteilt. Daraus ergibt sich ein Drehmoment im Gegenuhrzeigersinn, das durch die im Schwerpunkt des oberen Keils an-

greifende Gewichtskraft F_K hervorgerufen gedacht werden kann. Im Probekörper wird durch die einwirkenden Kräfte eine ungleichmäßige Spannungsverteilung $\sigma(x)$ erzeugt, die dieses Drehmoment kompensieren muss. Der Probekörper wird daher unten (links, bezogen auf die Zeichnung) stärker zusammengedrückt, als oben (rechts, bezogen auf die Zeichnung).

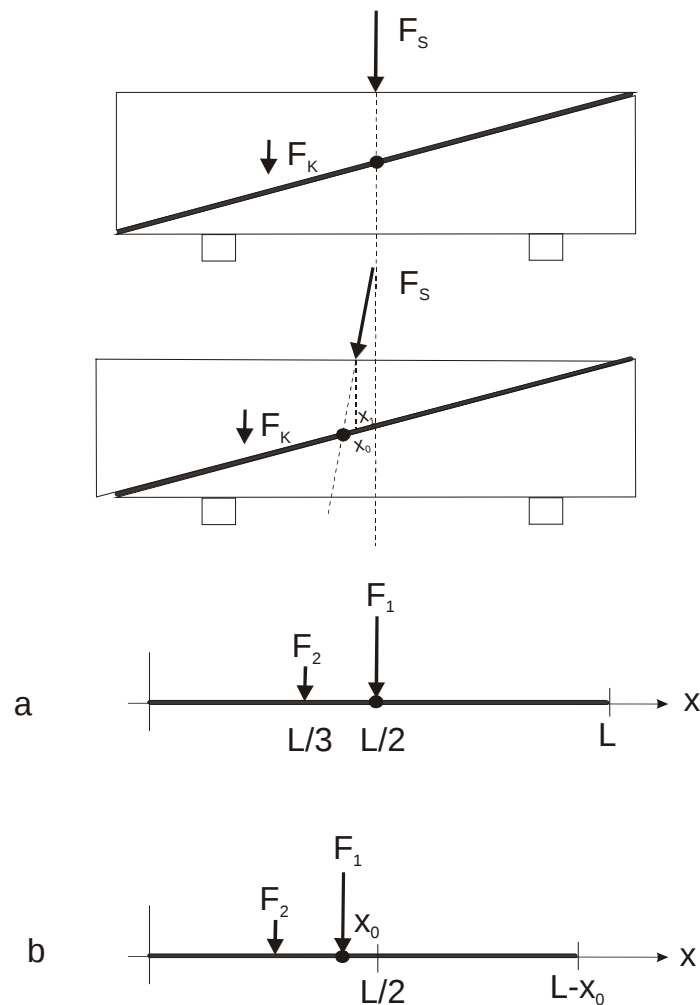


Abb. 1: Oben: Schematische Darstellung des Probenhalters beim Einbau und nach einer Verschiebung des oberen Keils;
Unten: Vereinfachtes Schema der Kräfte und Verschiebungen zur Berechnung der Spannungsverteilung.

Das Schema a in Abb. 1 zeigt die dabei auf den Probekörper der Länge L wirkenden Kräfte. In diesem Fall ist $F_1 = F_S \cos \alpha$ und $F_2 = F_K \cos \alpha$. Für ein Gleichgewicht aller Kräfte und Drehmomente bezüglich der durch den Punkt angedeuteten Drehachse müssen folgende Gleichungen erfüllt sein:

$$(1) \quad \int_0^L \sigma(x) dx = F_1 + F_2$$

$$(2) \quad \int_0^L \left(x - \frac{L}{2} \right) \sigma(x) dx = -F_2 \frac{L}{6}.$$

Für eine quantitative Abschätzung der Spannungsverteilung wird ein linearer Verlauf angenommen:

$$(3) \quad \sigma(x) = \sigma_0 + \sigma_1 x.$$

Das Gleichungssystem für die beiden Unbekannten σ_0 und σ_1 lässt sich dann einfach lösen und man erhält:

$$(4) \quad \sigma(x) = \frac{F_1 + 2F_2}{L} - \frac{2F_2}{L^2} x.$$

Die Abweichungen vom idealen Zustand $\bar{\sigma} = \frac{F_1 + F_2}{L}$ sind daher maximal so groß wie F_2 . Abbildung 2 zeigt die relative Spannung $\frac{\sigma(x)}{\bar{\sigma}}$ entlang des Probekörpers als Funktion von x für typische Werte von F_1 , F_2 und L , nämlich 650 kN, 20 kN und 13 cm.

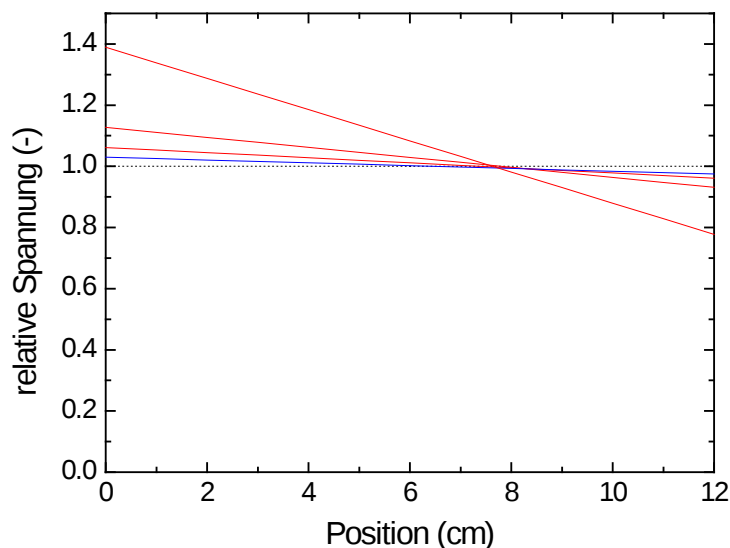


Abb. 2: Die Spannungsverteilung $\sigma(x)/\bar{\sigma}$, welche die Abweichungen vom idealen Zustand $\bar{\sigma} = F_1 + F_2/L$ angibt, an verschiedenen Positionen entlang der Probe. Blau: ohne Verschiebung, rot: Verschiebungen von 1 mm, 3 mm und 10 mm.

Während des Versuchs werden sich Verschiebungen in der Probenebene ergeben. Die zweite

Skizze in Abb. 1 zeigt diesen Fall: der obere Keil hat sich nach unten verschoben. Dabei wandert die Stange aus der Vertikalen. Die Drehachse, bezüglich der das Drehmoment der Gewichtskraft Null ist, liegt jetzt nicht mehr in der Probenmitte. Die Verschiebung führt dann ebenfalls zu einer ungleichmäßigen Spannungsverteilung. Bei einer gleichmäßigen Zusammenpressung würden nämlich die Reaktionskräfte in den Probekörperabschnitten rechts und links von der Drehachse dem Betrag nach unterschiedliche Drehmomente erzeugen. Durch die Verschiebung verkürzt sich zudem die Probenfläche auf die der obere Keil einwirkt. Daneben wirkt natürlich nach wie vor das schon oben behandelte Drehmoment von F_2 .

Das Schema b in Abb. 1 zeigt vereinfacht die auf den Probekörper im Bereich mit der Länge $L - x_0$ wirkenden Kräfte. Dabei ist jetzt $F_1 = F_s \cos(\alpha + \gamma)$ und $F_2 = F_K \cos \alpha$. Wobei γ der Winkel ist, um den die Stange aus der Vertikalen gedreht wird. Der Tangens dieses Winkels berechnet sich als $x_0 \cos \alpha$ dividiert durch die Länge der Stange (25 cm) und ist daher von Größenordnung 10^{-2} . Die zugehörige Verringerung der Normalkraftkomponente und die Erhöhung der Scherkraftkomponente können daher vernachlässigt werden.

Für ein Gleichgewicht der Kräfte und Drehmomente bezüglich der in Abb. 1 durch den Punkt angedeuteten Drehachse müssen jetzt folgende Gleichungen erfüllt sein:

$$(5) \quad \int_0^{L-x_0} \sigma(x) dx = F_1 + F_2$$

$$(6) \quad \int_0^{L-x_0} \left(x - \left(\frac{L}{2} - x_0 \right) \right) \sigma(x) dx = -F_2 \frac{L}{6}.$$

Die Vereinfachung besteht in Folgendem: Die Koordinate x_0 der für die Berechnung günstigsten Drehachse entspricht nicht ganz der tatsächlichen Verschiebung des Keils x_1 (s. Abb. 1). Man müsste als Integrationsgrenze daher eigentlich $L - x_1$ wählen und für das Drehmoment $F_2 (L/6)$ eigentlich $F_2 (L/6 - (x_0 - x_1))$ schreiben.

Da aber $(x_0 - x_1) / x_1 \approx (\text{halbe Höhe des Keils}) / \text{Stangenlänge} \approx 2,4/40 \approx 10^{-1}$, reicht das einfache Schema für unsere Zwecke völlig aus. Für die Abschätzung der Spannungsverteilung wird wie oben angenommen, dass:

$$(7) \quad \sigma(x) = \sigma_0 + \sigma_1 x.$$

Auch dieses Gleichungssystem für die beiden Unbekannten σ_0 und σ_1 lässt sich einfach lösen und man erhält:

$$(8) \quad \sigma(x) = \frac{\left(\frac{F_1 + 2 F_2}{L} + \frac{2(F_1 + F_2)}{L} \left(\frac{x_0}{L} \right) \right)}{\left(1 - \frac{x_0}{L} \right)^2} - \frac{\left(\frac{2 F_2}{L^2} + \frac{6(F_1 + F_2)}{L^2} \left(\frac{x_0}{L} \right) \right)}{\left(1 - \frac{x_0}{L} \right)^3} x.$$

Wie es sein muss, ist die durch die Verschiebung bedingte Ungleichmäßigkeit in der Kräfteverteilung von der Größenordnung x_0/L . L beträgt 130 mm und x_0 allenfalls einige Millimeter. Auch diese Beiträge sind daher relativ gering. Abbildung 2 zeigt die relative Spannung $\frac{\sigma(x)}{\bar{\sigma}}$ entlang des Pro-

bekörpers als Funktion von x für typische Werte von F_1 , F_2 und L , nämlich 650 kN, 20 kN und 13 cm und für Verschiebungen x_0 von 1 mm, 3 mm und 10 mm. In ähnlicher Weise lassen sich auch andere Fälle berechnen: z. B. wenn die Probenlänge $L = 12$ cm kürzer als die Hypotenuse des Keils ist, usw. Man erhält ähnliche Resultate, wie für den hier durchgerechneten Fall.

Bei einer Verschiebung x_0 bis zu 5 mm beträgt die lokale Erhöhung der Spannung bis zu etwa 20 %. Eine solche Verteilung dürfte prüftechnisch noch akzeptabel sein. Bei einer Verschiebung von 1 cm erhöht sich die lokale Spannung bis um das 1,5-fache. Solch große Verschiebungen treten im Probekörper normalerweise nicht auf. Wohl aber können sie bei einem unsachgemäßen Probeneinbau entstehen. Beim Einbau der Probe und beim Anfahren des Versuchs muss daher sorgfältig drauf geachtet werden, dass die Stange senkrecht steht und Keile und Probe mittig zueinander liegen.